PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

PRZETWARZANIE SYGNAŁÓW

SEMESTR V

Człowiek- najlepsza inwestycja

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Dostosowanie narzędzi matematycznych
do potrzeb praktycznej analizy sygnałów

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

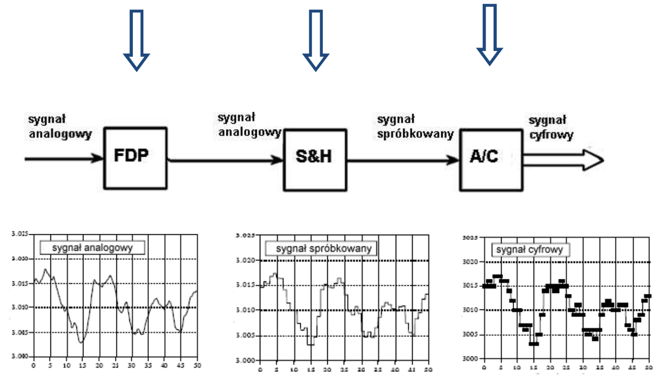
PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Podstawowe operacje na sygnale, poprzedzające przetwarzanie cyfrowe

Filtracja dolnoprzepustowa - wymóg tw. o próbkowaniu

Próbkowanie

Konwersja A/C



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Narzędzia analityczne a uwarunkowania praktycznej analizy sygnałów I

Rozważania analityczne – przekształcenie Fouriera - w przedziale nieskończonym. Sygnały są ciągłe (na ogół) i mogą istnieć dla wszystkich t (także dla ujemnych).

W praktyce – rejestrowane sygnały są przyczynowe (istnieją dla t>0), zebrane próbki reprezentują skończony (ograniczony w czasie) fragment sygnału, (który w ogólności może istnieć dłużej – zarówno przed rozpoczęciem jak i po zakończeniu procesu próbkowania).

Oznacza to że symetryczne okno prostokątne z rozważań analitycznych zostaje przesunięte do początku układu $f(t-t_0) \leftrightarrow \exp(-j\omega t_0)F(\omega)$

Ograniczony sygnał - wprowadzenie ograniczeń czasowych pod całkę Fouriera – widmo chwilowe :

$$F(\omega, t_0) = \int_{t_0}^{t_0+\tau} f(t)\exp(-j\omega t)dt$$

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

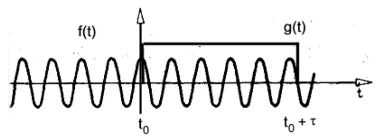
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

PROGRAM ROZWOJOWY POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Narzędzia analityczne a uwarunkowania praktycznej analizy sygnałów II

Widmo chwilowe

Wprowadzenie ograniczeń czasowych pod całkę Fouriera jest równoznaczne z przemnożeniem poddawanej analizie funkcji f(t) przez funkcję g(t), różną od zera w przedziale $<t_0,t_0+\tau>$ i równą zeru poza tym przedziałem, np. okno prostokątne:



$$F(\omega,t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t)\exp(-j\omega t)dt$$

oznacza to, że wyznaczamy TF nie funkcji f(t), ale iloczynu f(t)g(t) ↔ F(ω)*G(ω). Wyznaczone w ten sposób widmo będzie mieć właściwości określone przez operacje splotu i właściwości obu widm, a więc także przez właściwości funkcji g(t), zwanej często oknem lub funkcją granic.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

PROGRAM ROZWOJOWY POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Narzędzia analityczne a uwarunkowania praktycznej analizy sygnałów III

Przetwarzanie cyfrowe – reprezentacja dyskretna zarówno w dziedzinie czasu, jak i częstotliwości

Sygnały przetwarzane są po operacji próbkowania – ich widma są okresowe!

Widma sygnałów są wyznaczane dla ograniczonego zbioru punktów na osi częstotliwości, a sygnały mają ograniczony czas trwania – SF czy TF?? Modyfikacje obu metod.

(inne problemy – np. wpływ kwantyzacji i skończona długość słowa)

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Przekształcenie Fouriera

sygnału spróbkowanego

i

szereg Fouriera

dla sygnałów dyskretnych

Przekształcenie Fouriera sygnału spróbkowanego

Sygnał spróbkowany (Δt – okres próbkowania):

$$f_s(t) = f(t)\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-n\Delta t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(t-n\Delta t)$$

Przekształcenie (met. prostokątów):

$$F\{f_s(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_s(t)\exp(-j\omega t)dt = \Delta t\sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n\Delta t)\exp(-j\omega n\Delta t)$$

$$F\{f_s(t)\} = \Delta t\sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n\Delta t)\exp(-j\omega n\Delta t)$$

Jak wynika z twierdzenia o próbkowaniu, TF sygnału spróbkowanego jest okresowa

Przekształcenie Fouriera sygnału spróbkowanego

Przekształcenie:

$$F\{f_s(t)\} = \Delta t \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n\Delta t)\exp(-j\omega n\Delta t)$$

Stosowany jest także zapis

$$F(e^{j\Omega}) = \Delta t \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n\Delta t)\exp(-jn\Omega) = \Delta t \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n)\exp(-jn\Omega)$$

gdzie: $\Omega=\omega\Delta t=\omega/f_s=2\pi f/f_s$ $f_s=1/\Delta t$ – częstotliwość próbkowania,
f(n) – kolejne próbki sygnału

Zapis ten uwypukla okresowość transformaty ze względu na Ω z okresem 2π!!!

Konwencje zapisu: F(ω) – TF sygnału ciągłego, $F(e^{j\Omega})$, $F(e^{j\omega})$ – TF sygnału spróbkowanego

Odwrotne przekształcenie Fouriera sygnału spróbkowanego

Przekształcenie odwrotne:

$$f(m\Delta t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} F(e^{j\Omega})\exp(jm\Omega)d\Omega$$

gdzie: $\Omega=\omega\Delta t=\omega/f_s=2\pi f/f_s$ $f_s=1/\Delta t$ – częstotliwość próbkowania,
Δt – okres próbkowania.

Szereg Fouriera dla sygnałów dyskretnych

(czyli Dyskretna Transformacja Fouriera DTF)

Dysponujemy N próbkami sygnału f(n), n=0, 1, ...N-1, okres próbkowania Δt, czas trwania sygnału wynosi T=NΔt. granice sumowania w równaniu TF stają się skończone:

$$F(e^{j\Omega}) = \Delta t \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n)\exp(-jn\Omega) \Longrightarrow F(e^{j\Omega}) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} f(n)\exp(-jn\Omega)$$

$\Omega=\omega\Delta t=\omega/f_s=2\pi f/f_s$

Zazwyczaj wyznacza się skończoną liczbę wartości F_k, dla $\Omega_k=2\pi k/N$, k=0, 1, ...N-1

$$F_k = F(e^{j2\pi k/N}) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} f(n)\exp(-j2\pi kn/N)$$

Często współczynniki zapisuje się normalizując je do Δt:

$$F_k / \Delta t = \sum_{n=0}^{N-1} f(n)\exp(-j2\pi kn/N)$$

Szereg Fouriera dla sygnałów dyskretnych

(czyli Dyskretna Transformacja Fouriera DTF)

Dysponujemy N próbkami sygnału f(n), n=0, 1, ...N-1, okres próbkowania Δt, czas trwania sygnału wynosi T=NΔt. Zazwyczaj wyznacza się skończoną liczbę wartości F_k, dla $\Omega_k=2\pi k/N$:

$$F_k = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} f(n)\exp(-j2\pi kn/N)$$

Często współczynniki zapisuje się normalizując je do Δt:

$$F_k / \Delta t = \sum_{n=0}^{N-1} f(n)\exp(-j2\pi kn/N)$$

Przekształcenie odwrotne

$$f(n) = \sum_{k=0}^{N-1} F_k \exp(j\frac{2\pi kn}{N})$$

Szereg Fouriera dla sygnałów dyskretnych

(czyli Dyskretna Transformacja Fouriera DTF)

Najczęściej stosowana jest notacja:

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp(-j\frac{2\pi nk}{N}) \qquad x_n = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X_k \exp(j\frac{2\pi kn}{N})$$

gdzie x_n- ciąg próbek sygnału, X_k – ciąg wartości DTF (współczynników SF),

k,n=0, 1, 2...., N-1,

wprowadza się także oznaczenie czynnika exp(j2π/N) przez W_N – nosi on nazwę czynnika rotującego

$$W_N = \exp(j\frac{2\pi}{N}) \qquad X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp(-j\frac{2\pi nk}{N}) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n W_N^{-kn}$$

Szereg Fouriera dla sygnałów dyskretnych

argument funkcji wykładniczej z TF czasu ciągłego $F_k = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\exp(-jk\omega_0 t)dt$

przyjmuje w wyrażeniu opisującym współczynniki rozwinięcia następującą postać:

$$jk\omega_0 t = jk\frac{2\pi}{T}n\Delta t = jk\frac{2\pi}{N\Delta t}n\Delta t = j\frac{2\pi nk}{N}$$

gdzie: N liczba próbek x(n), okres sygnału T, okres próbkowania $\Delta t=1/f_s$, $N=T/\Delta t$, $\omega_0=2\pi/T=2\pi/(N\Delta t)$, $f_0=1/T$, momenty położeń próbek $t=n\Delta t$. W powyższej formule „znika” zarówno wartość częstotliwości próbkowania, jak i czasu, pozostają tylko indeksy próbek sygnału i wartości DTF.

Wynik analizy widmowej sygnałów dyskretnych określa relację częstotliwości danej składowej sygnału do częstotliwości próbkowania. W celu określenia fizycznej wartości tej częstoltiwości niezbędna jest znajomość wartości częstotliwości próbkowania.

Właściwości DTF I

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp(-j\frac{2\pi nk}{N})$$

1.Liniowość

2.Okresowość z okresem N

3. Symetria dla rzeczywistych wartości x_n $X_k = X^*_{N-k}$

4.DTF iloczynu dwóch ciągów próbek – splot DFT tych ciągów

Splot dwóch ciągów $z_n = x_n * y_n$ $z_n = x_n * y_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_k y_{n-k}$

5.DTF splotu ciągów – iloczyn DTF tych ciągów

Właściwości DTF II

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp(-j\frac{2\pi nk}{N})$$

6.Przesunięcie ciągu o n_0 próbek: $x(n-n_0) \leftrightarrow X_k \exp(-j2\pi k n_0/N)$

7.Rozdzielczość częstotliwościowa (odległość między wartościami DTF):

wartości DTF wyznaczane są w punktach f_k odpowiadającym rzeczywistym wartościom f $f_k = \frac{k}{N} \to f_s\frac{k}{N}$

odstęp między kolejnymi wartościami wynosi 1/N

odpowiada pewnej różnicy częstotliwości $f_{k+1} - f_k = \frac{1}{N} \to f_s\frac{1}{N}$

Odstęp czasowy między kolejnymi próbkami wynosi 1/fs (fs - częstotliwość próbkowania), ciąg N próbek poddawany DTF odpowiada czasowi T=N/fs, a więc rozdzielczość częstotliwościowa jest odwrotnie proporcjonalna do T: Δf=fs/N=1/T;

iloczyn rozdzielczości częstotliwościowej i czasu trwania sygnału jest stały TΔf=1!

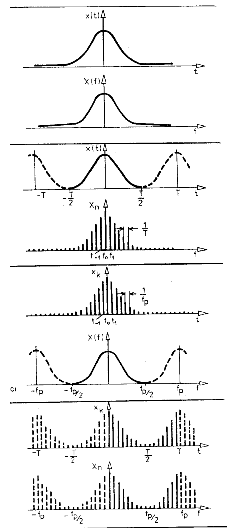
Szeregi i przekształcenia Fouriera - podsumowanie

Sygnał ciągły skończony
TF - ciągła, nieokresowa

Sygnał ciągły okresowy
SF - dyskretny, nieokresowy

Sygnał dyskretny (próbkowany) nieskończony
transformata - ciągła, okresowa

Sygnał dyskretny (próbkowany) skończony (okresowy)
dyskretny szereg Fouriera DFT - dyskretny, okresowy



Widmowa gęstość mocy sygnałów dyskretnych

Najczęściej wykorzystywana w analizie widmowej wielkość - widmowa gęstość mocy WGM

Sygnały czasu ciągłego $\Phi(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{|F_T(\omega)|^2}{T}$

Uwarunkowania praktyczne: (ograniczony rekord danych) $\Phi(\omega) = |F(\omega)|^2/T$

Sygnały spróbkowane/dyskretne x_n, n=0, 1, ...N-1

$$G_k = \frac{|X_k|^2}{T} = \frac{|X_k|^2}{N/f_s}$$

wartości G_k określone dla k=0, 1, ... N-1 $f_k = \frac{k}{N} \to f_s \frac{k}{N}$

gdzie X_k to wartości transformaty Fouriera dla częstotliwości f_k

Widmowa gęstość mocy sygnałów dyskretnych

Sygnały spróbkowane/dyskretne

$$G_k = \frac{|X_k|^2}{T} = \frac{|X_k|^2}{N / f_s}$$

wartości G_k określone dla $f_k = \frac{k}{N} \rightarrow f_s \frac{k}{N}$

gdzie X_k jest określone następująco

$$X_k = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j2\pi kn / N)$$

Zastosowanie powyższej formuły wyznaczania X_k jest istotne z punktu widzenia pomiarów fizycznych, prawidłowego skalowania i poprawności jednostek WGM

$$G_k = \frac{|X_k|^2}{N / f_s} = \frac{|\Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j2\pi kn / N)|^2}{N \Delta t} = \frac{|\sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j2\pi kn / N)|^2}{N f_s}$$

Widmowa gęstość mocy sygnałów dyskretnych

$$G_k = \frac{|X_k|^2}{N / f_s} = \frac{1}{N f_s} |\sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j2\pi kn / N)|^2$$

Jednostki mocy i WGM wywodzą się z elektrotechniki, sygnał x(t) jest traktowany jako napięcie (natężenie prądu), analizujemy moc wydzielaną w jednostkowym oporze, czyli wielkość proporcjonalną do $x^2(t)$. Jednostką mocy jest 1 Wat (1W), jednostką widmowej gęstości mocy 1W/Hz, czyli moc przypadająca na jednostkowe pasmo częstotliwościowe.

Wyznaczenie mocy sygnału w pewnym pasmie sprowadza się do wyznaczenia całki z przebiegu WGM w tym pasmie.

PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Widmowa gęstość mocy sygnałów dyskretnych

$$G_k = \frac{|X_k|^2}{N/f_s} = \frac{1}{Nf_s}\left|\sum_{n=0}^{N-1} x(n)\exp(-j2\pi kn/N)\right|^2$$

WGM jest wielkością rzeczywistą. Ze względu na symetrię wartości X_k dla rzeczywistych wartości x_n mamy symetrię G_k względem N/2: $G_k=G_{N-k}$

Z tego względu wystarcza przedstawienie G_k w zakresie k=0,1,...N/2-1, który odpowiada zakresowi 0-0.5f_s. Oprogramowanie/analizatory widma prezentują widmową gęstość mocy w takim przedziale, pomnożoną 2x (zapewnia to zachowanie właściwości energetycznych). Jest to tzw. jednostronna widmowa gęstość mocy:

$$G_k = \frac{2|X_k|^2}{N/f_s}$$

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

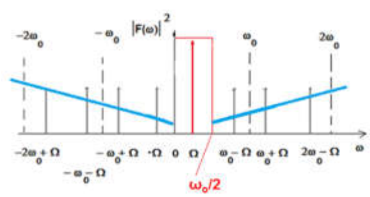
PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Widmowa gęstość mocy sygnałów dyskretnych

$$G_k = \frac{|X_k|^2}{N/f_s} = \frac{1}{Nf_s}\left|\sum_{n=0}^{N-1} x(n)\exp(-j2\pi kn/N)\right|^2$$

Widmowa gęstość mocy jest wielkością parzystą i wystarczy przedstawić ją w przedziale w zakresie k=0,1,...N/2-1, który odpowiada przedziałowi 0-0.5f_s **(0-ω_o/2).**

Systemy (programy) naukowe/komercyjne do analizy sygnałów przedstawiają w taki właśnie sposób WGM, często podając przedział jako 0-1/2 lub 0-π. Wynika to ze wspomnianej parzystości i okresowości przekształceń fourierowskich dla sygnałów czasu dyskretnego (spróbkowanych).
Rysunek poniżej przedstawia kwadrat modułu TF spróbkowanego z pulsacją ω_o sygnału cosinusoidalnego o pulsacji Ω. ω_o odpowiada 2π. WGM przedstawiona jest wyłącznie w zakresie zaznaczonym czerwonym prostokątem (0-ω_o/2, 0-π).



$$G_k = \frac{2|X_k|^2}{N/f_s}$$

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Widmowa gęstość mocy – procedura obliczania

1. Zebrać ciąg próbek sygnału x_n, n=0, 1,...N-1
2. Ew. zastosować funkcję granic w_n: $x_n w_n$, n=0, 1,...N-1
   (ew. uzupełnić ciąg zerami – NFFT próbek)
3. Wyznaczyć DTF X_k ciągu $x_n w_n$, n=0, 1,...N-1, k=0, 1, ... N-1
   (ew. ciągu uzupełnionego zerami – NFFT próbek)
4. Wyznaczyć kwadraty modułów DTF dla k=0,1, .. N/2-1
5. Wyznaczyć WGM

$$G_k = \frac{2}{Nf_s} \left| \sum_{n=0}^{N-1} w_n x_n \exp(-j\frac{2\pi nk}{N}) \right|^2$$

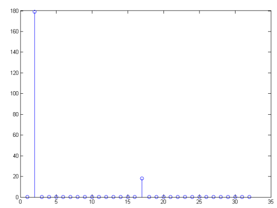
Dyskretna analiza widmowa

przeciek widma

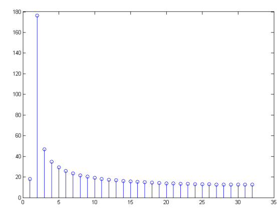
funkcje granic

zero padding

Analiza widmowa – przeciek widma



1000*cos(2*pi*1*(t-1)/64)+10* cos(2*pi*(t-1)/4);



1000*cos(2*pi*1.05*(t-1)/64)+10*cos(2*pi*(t-1)/4);

t=1:1280;

DTF dla N=64 (na rysunku - pierwiastek kwadratowy modułu DTF)

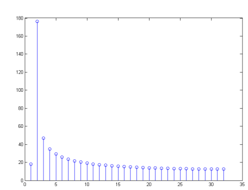
Niewielka zmiana relacji f/f_s w sposób drastyczny zmieniła wynik analizy widmowej – widmo sygnału sinusoidalnego o słabszej amplitudzie przestało być widoczne, pojawiło się wiele prążków nie posiadających interpretacji fizycznej.

Analiza widmowa – przeciek widma

f(t)=1000*cos(2*pi*1.05*(t-1)/64)+10*cos(2*pi*(t-1)/64);

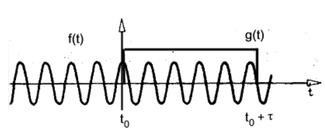
t=1:1280;

DTF dla N=64 (na rysunku przedstawiony jest pierwiastek kwadratowy modułu DTF)



Mimo że w sygnale występują tylko dwie składowe – widmo sygnału sinusoidalnego o słabszej amplitudzie nie jest widoczne, występuje natomiast wiele prążków nie posiadających interpretacji fizycznej.

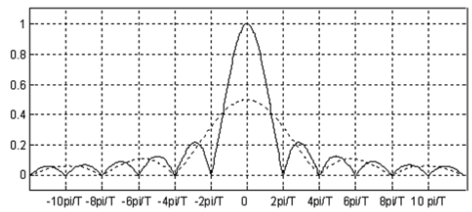
Ze względu na inherentną obecność okna prostokątnego wynik przekształcenia jest splotem transformaty nieograniczonego w czasie sygnału x oraz transformaty tego okna. Efekt – tzw. przeciek widma i jego konsekwencje w postaci maskowania składowych o niskich amplitudach.



Analiza widmowa – przeciek widma

Sygnał prostokątny o czasie trwania T rect(T):

$$F(\omega) = AT \sin c(\frac{\omega T}{2})$$



Moduł TF okna prostokątnego posiada listki boczne!

Stosunek modułów listka pierwszego i głównego – 2/3π=0.21

Listki boczne - przyczyna przecieku widma!

PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Analiza widmowa – przeciek widma

$$f_k = \frac{k}{N} \rightarrow f_s \frac{k}{N}$$

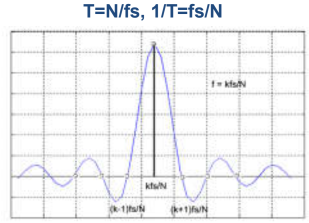
$$F(\omega) = AT \operatorname{sinc}(\frac{\omega T}{2})$$

T=N/fs, 1/T=fs/N

Zakładamy, że DTF poddany została pewna liczba próbek sygnału cosinusoidalnego.

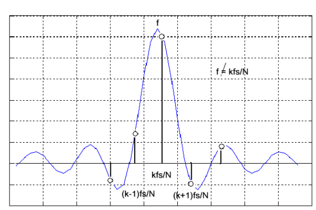
A.

Częstotliwość sygnału wynosi f=kf$_s$/N i maksimum DTF (która ma obwiednię sinc(ωT/2) wypada w tym punkcie. Dla pozostałych f$_k$ (określonych powyżej), wartości DTF są równe zeru, ponieważ kolejne miejsca zerowe funkcji sinc są odległe od maksimum właśnie o f$_s$/N, czyli trafiają dokładnie w punkty na osi częstotliwości, dla których wyznaczamy wartości DTF.



B.

Częstotliwość sygnału jest różna od f=kf$_s$/N i maksimum DTF (która ma obwiednię sinc(ωT/2) wypada w między punktami, dla których obliczane są wartości DTF. W konsekwencji dla pozostałych f$_k$ wartości DTF przybierają się różne od zera.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

PROGRAM ROZWOJOWY POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

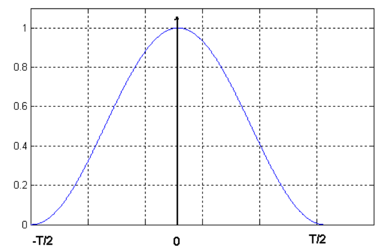
Analiza widmowa – funkcje granic

Okno Hanna: $w(t)=\cos^2(\frac{\pi t}{T})$

t (-T/2, T/2)

Konstrukcja okna Hanna:

$$w(t)=\cos^2(\frac{\pi t}{T})=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos(\frac{2\pi t}{T})$$



KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

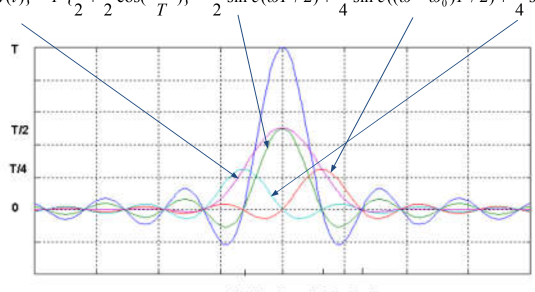
PROGRAM ROZWOJOWY POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Analiza widmowa – funkcje granic

Transformata Fouriera okna Hanna $w(t)=\cos^2(\frac{\pi t}{T})=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos(\frac{2\pi t}{T})$

TF okna Hanna jest sumą transformat okna prostokątnego o amplitudzie ½ oraz takiego samego okna pomnożonego przez funkcję cos(ω_0t), ω_0=2π/T – wykorzystujemy tw. o modulacji lub tw. o transformacie iloczynu funkcji:

$$F\{w(t)\}=F\{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos(\frac{2\pi t}{T})\}=\frac{T}{2}\sin c(\omega T/2)+\frac{T}{4}\sin c((\omega-\omega_0)T/2)+\frac{T}{4}\sin c((\omega+\omega_0)T/2)$$



ω_0=2π/ T

kolor granatowy – TF okna prostokątnego o amplitudzie 1

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

PROGRAM ROZWOJOWY POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

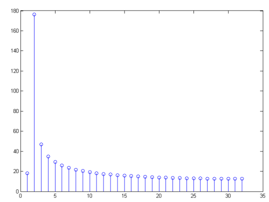
Analiza widmowa – funkcje granic

t=1:1280;

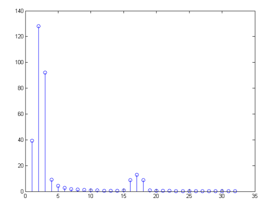
f(t)=1000*cos(2*pi*1.05*(t-1)/64)+10*sin(2*pi*(t-1)/64);

N=64, (na rysunku przedstawiony jest

pierwiastek kwadratowy modułu DTF)



okno prostokątne



okno Hanna

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

PROGRAM ROZWOJOWY POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

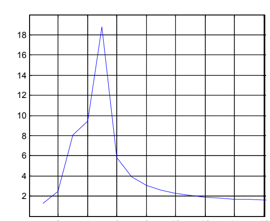
Analiza widmowa – uzupełnianie ciągu próbek sygnału zerami („zero padding”)

Przykład

t=[1:1:1000];

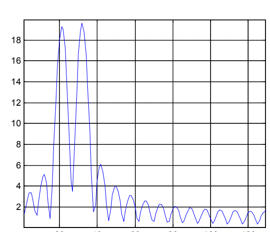
x=cos(2*pi*150*(t-1)/1280)+ cos(2*pi*105*(t-1)/1280);

częstotliwości 105 i 155, próbkowanie 1280Hz



Liczba próbek sygnału n = 32

długość ciągu poddawanego DTF 256 <=> 32 próbki +224 zera



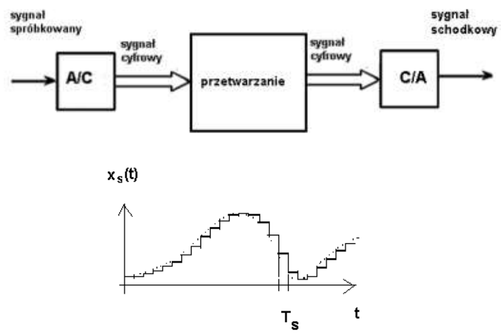
Liczba próbek sygnału n = 32 długość ciągu poddawanego DTF 32 próbki

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

PROGRAM ROZWOJOWY POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Odtwarzanie sygnału z próbek



Sygnał wyjściowy przetwornika C/A jest sumą (sekwencją) „schodków” wynikających z podtrzymania przez okres próbkowania wyników konwersji C/A.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

PROGRAM ROZWOJOWY POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Odtwarzanie sygnału z próbek

Sygnał schodkowy na wyjściu konwertera C/A - splot próbek sygnału dyskretnego (delty w punktach nTs !!) z impulsem prostokątnym o czasie trwania Ts, przesuniętym o Ts/2:

$$x(t) = x_s(nT_s) * rect(t - T_s/2)$$

widmo sygnału schodkowego – iloczyn odp. widm

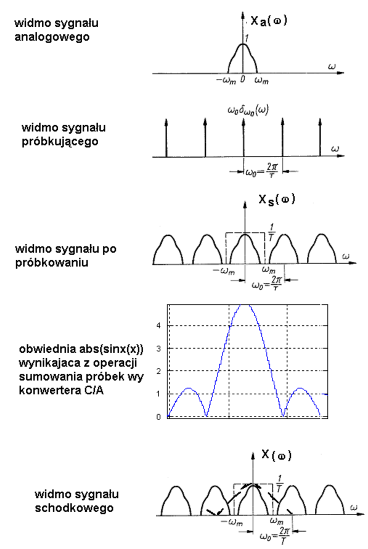
$$X(\omega) = X_s(\omega) T_s \sin c(\omega T_s/2)\exp(-j\omega T_s/2)$$

widmo sygnału spróbkowanego (dyskretnego)

$$X_s(\omega) = \frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty} X_a(\omega - n\omega_s)$$

widmo sygnału schodkowego:

$$X(\omega) = \sin c(\omega T_s/2)\exp(-j\omega T_s/2)\sum_{n=-\infty}^{\infty} X_a(\omega - n\omega_s)$$



KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY