



PRZETWARZANIE SYGNAŁÓW

SEMESTR V

Człowiek - najlepsza inwestycja



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



*Projekt współfinansowany przez Unię Europejską
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego*



Wykład VII

Sygnaly 2D i transformacja Fouriera 2D



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

2

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

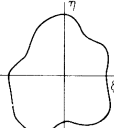


**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

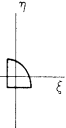
Spot 2D

$$G(x,y) = F(x,y) \otimes H(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\xi,\eta)H(x-\xi,y-\eta)d\xi d\eta$$

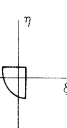
$F(\xi,\eta)$



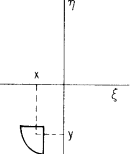
$H(\xi,\eta)$



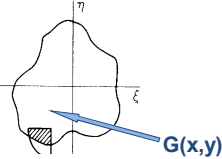
$H(-\xi,-\eta)$




$H(x-\xi,y-\eta)$




$G(x,y)$





KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

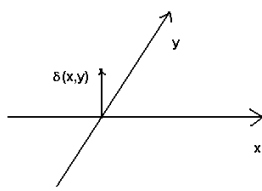


**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**


Delta Diraca 2D $\delta(x,y)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x,y) dx dy = 1$$

dla $x \neq 0$ i $y \neq 0$ $\delta(x,y) = 0$




separowalność $\delta(x,y) = \delta(x)\delta(y)$



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



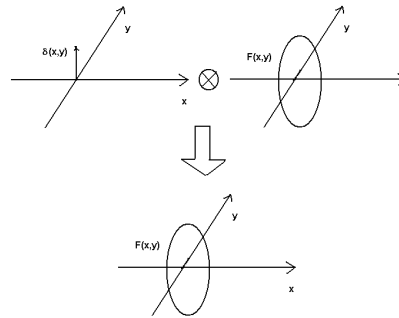


PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Splot z delta Diraca 2D $\delta(x,y)$

Splot 2D z $\delta(x,y)$

$$F(x,y) \otimes \delta(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\xi,\eta) \delta(x-\xi, y-\eta) d\xi d\eta = F(x,y)$$



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

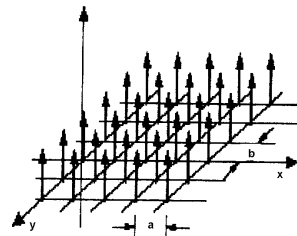


PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Ciąg okresowy $\delta_{a,b}(x,y)$ 2D

(tzw. comb(x,y))

$$\begin{aligned} \delta_{a,b}(x,y) &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(x-ka, y-lb) = \\ &= \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(x-ka) \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(y-lb) \end{aligned}$$



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY





PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Dwuwymiarowa transformacja Fouriera

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp(-j2\pi(ux + vy)) dx dy$$

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) \exp(j2\pi(ux + vy)) du dv$$

$$F(u, v) = A(u, v) \exp[\varphi(u, v)] = \text{Re}(F(u, v)) + j \text{Im}(F(u, v))$$

u, v – częstotliwości przestrzenne

A- moduł TF, φ - faza TF;

TF 2D jako sekwencja dwóch transformat 1D:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp(-j2\pi(ux + vy)) dx dy = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-j2\pi vy) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp(-j2\pi ux) dx \right] dy$$



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Właściwości 2D TF

Liniowość

$$Af(x, y) + Bg(x, y) \leftrightarrow AF(u, v) + BG(u, v)$$

Podobieństwo

$$F\{f(ax, by)\} = \frac{1}{|ab|} F\left(\frac{u}{a}, \frac{v}{b}\right)$$

Przesunięcie $f(x, y)$

$$F\{f(x - x_0, y - y_0)\} = F(u, v) \exp[-j2\pi(ux_0 + vy_0)]$$

Separowalność

$$f(x, y) = f(x)g(y) \Rightarrow F(f(x, y)) \leftrightarrow F(x)F(y)$$



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Właściwości 2D TF

Splot funkcji	$f(x,y)*g(x,y)\leftrightarrow F(u,v)G(u,v)$
Iloczyn funkcji	$f(x,y)g(x,y)\leftrightarrow F(u,v)*G(u,v)$
Sygnały rzeczywiste	$ F(u,v) = F(-u,-v) , \varphi[F(u,v)]=-\varphi[F(-u,-v)]$
Sygnały rzeczywiste parzyste	$F(u,v)=F(-u,-v)$

Właściwości 2D TF

Tw. Parsewala

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx dy = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u,v)dudv$$

Obrót funkcji

$$f(x,y)\leftrightarrow F(u,v)\Rightarrow f(x',y')\leftrightarrow F(u',v')$$

(nie ma analogii w jednym wymiarze)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$



PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Dwuwymiarowa dyskretna transformacja Fouriera

Transformacja

$$\begin{aligned} F(i, k) &= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} L(m, n) \exp(-j2\pi(mi/M + nk/N)) = \\ &= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} L(m, n) \exp(-j2\pi mi/M) \exp(-j2\pi nk/N) = \\ &= \sum_{m=0}^{M-1} \exp(-j2\pi mi/M) \left[\sum_{n=0}^{N-1} L(m, n) \exp(-j2\pi nk/N) \right] \end{aligned}$$

gdzie - $L(m, n)$ – funkcja dyskretna (dwuwymiarowy ciąg dyskretny), o wymiarach $N \times M$, $F(i, k)$ – wartości transformaty 2D, $N \times M$.

Ostatnia forma zapisu wskazuje na możliwość wyznaczenia 2D DTF jako sekwencji dwóch DTF jednowymiarowych



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Dwuwymiarowa dyskretna transformacja Fouriera

Transformacja odwrotna

$$\begin{aligned} L(m, n) &= \frac{1}{MN} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} F(i, k) \exp(j2\pi mi/M) \exp(j2\pi nk/N) = \\ &= \frac{1}{MN} \sum_{i=0}^{M-1} \left[\sum_{k=0}^{N-1} F(i, k) \exp(j2\pi nk/N) \right] \exp(j2\pi mi/M) \end{aligned}$$



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

Dwuwymiarowa DTF - przykłady

Ciąg okresowy $\delta_{a,b}(x,y)$

$$\delta_{a,b}(x,y) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(x-ka, y-lb) =$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(x-ka) \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(y-lb)$$

TF ciągu $\delta_{a,b}(x,y)$:

$$\delta_{2\pi/a, 2\pi/b}(u,v) = F\{\delta_{a,b}(x,y)\} =$$

$$= \frac{4\pi^2}{ab} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(u - k\frac{2\pi}{a}, v - l\frac{2\pi}{b})$$

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

Dwuwymiarowa DTF - przykłady

Ciąg okresowy $\delta_{a,b}(x,y)$

TF ciągu $\delta_{a,b}(x,y)$

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Próbkowanie funkcji 2D

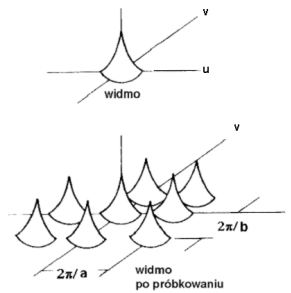
Próbkowanie funkcji 2D $f(x,y)$ (np. obrazu) jest równoważne iloczynowi funkcji 2D i dwuwymiarowego ciągu próbkującego $\delta_{a,b}(x,y)$

Widmo sygnału po próbkowaniu jest równe splotowi widm $f(x,y)$ i ciągu próbkującego.

Widmo to jest okresowe z okresem wynikającym z właściwości ciągu próbkującego.

$$F\{f(x,y) \cdot \delta_{a,b}(x,y)\} = F\{\delta_{a,b}(x,y)\} \otimes F(\omega_x, \omega_y) =$$

$$= \frac{4\pi^2}{ab} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} F(u - k \frac{2\pi}{a}, v - l \frac{2\pi}{b})$$

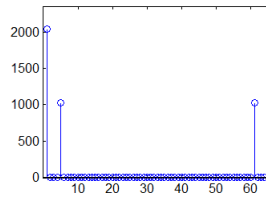
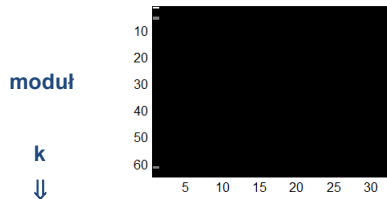
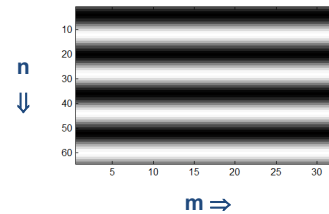


$2\pi/a$ – częstotliwość próbkowania wzdłuż x
 $2\pi/b$ - częstotliwość próbkowania wzdłuż y
 Widmo funkcji $f(x,y)$ powinno być ograniczone do pasma poniżej $2\pi/a$ oraz $2\pi/b$.

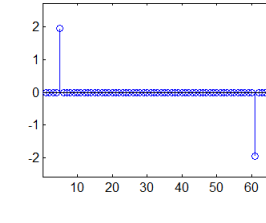
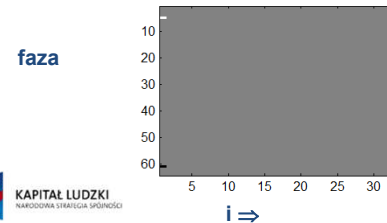
Dwuwymiarowa DTF – przykład

Dane: pojedyncza kolumna macierzy zawiera wartości $xx(n,m) = \sin(2\pi n) + 1$;

$$F(i,k) = \sum_{m=0}^{M-1} \exp(-j2\pi mi / M) \left[\sum_{n=0}^{N-1} L(m,n) \exp(-j2\pi nk / N) \right]$$



kolumna modułu o indeksie i=0



kolumna fazy o indeksie i=0

**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

Dwuwymiarowa DTF – przykład

$n \downarrow$

$m \Rightarrow$

moduł po uporządkowaniu ma składową stałą w centralnym punkcie;

$k \downarrow$

$i \Rightarrow$

kolumna i wiersz o zerowej częstotliwości to odpowiednio kolumna i wiersz środkowy.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

Dwuwymiarowa DTF - symetria

$$F(i, k) = \sum_{m=0}^{M-1} \exp(-j2\pi mi / M) \left[\sum_{n=0}^{N-1} L(m, n) \exp(-j2\pi nk / N) \right]$$

$k \downarrow$

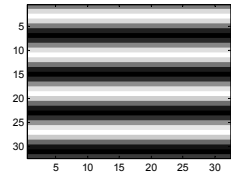
$i \Rightarrow$

Dla sygnałów rzeczywistych:
 $|F(i, k)| = |F(-i, -k)|$, $\varphi[F(i, k)] = -\varphi[F(-i, -k)]$

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

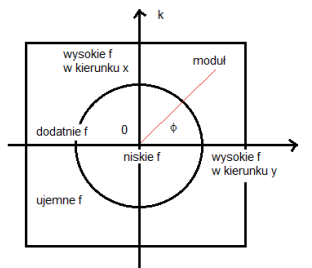
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Dwuwymiarowa DTF – przykład c.d.



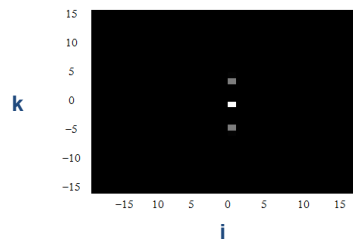
$$F(i, k) = \sum_{m=0}^{M-1} \exp(-j2\pi mi / M) [\sum_{n=0}^{N-1} L(m, n) \exp(-j2\pi nk / N)]$$

$$F(i, k) = A(i, k) \exp[\varphi(i, k)]$$



Moduł i faza TF 2D

Moduł transformaty DFT 2D



Dla sygnałów rzeczywistych:

$$|F(i, k)| = |F(-i, -k)|, \quad \varphi[F(i, k)] = -\varphi[F(-i, -k)]$$



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Podstawy przetwarzania obrazów



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

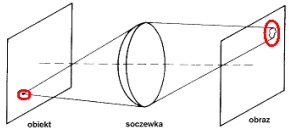
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



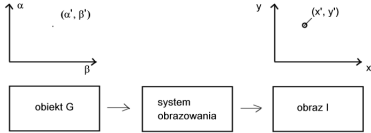
**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

Podstawy przetwarzania obrazów

G – obiekt – dwuwymiarowy rozkład pewnej cechy.
I – obraz – wynik pomiaru rozkładu cechy, który jest reprezentacją rozkładu cechy w obiekcie
 Idealny system obrazowania zapewnia $I=G$
 Czy można oczekiwać, że $I(x,y)=G(\alpha,\beta)$????



obiekt obraz obiektu



W rzeczywistości punkt $G(\alpha',\beta')$ będzie miał wpływ na pewien obszar obrazu wokół punktu (x',y') . Każdy punkt obiektu partycypuje w tworzeniu wszystkich punktów obrazu, jednak w przypadku użytecznej metody obrazowania oczekujemy, że wpływ tego punktu obiektu na punkty obrazu w otoczeniu punktu $I(x',y')$ będzie szybko maleł z odległością od $G(\alpha',\beta')/I(x',y')$. Cecha opisująca tę właściwość systemu obrazowania nosi nazwę rozdzielczości.

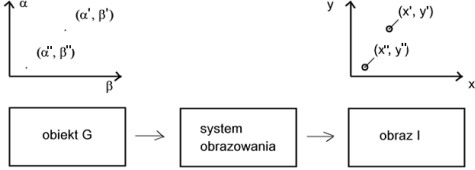
KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

Opis procesu powstawania obrazu

Funkcja H opisuje proces tworzenia obrazu. Jeśli obiekt jest punktowy $G(\alpha',\beta')$:
 $I(x,y)=H(x,y,\alpha',\beta', G(\alpha',\beta'))$
 Często przyjmuje się założenie liniowości systemu (prostota dalszych rozważań, ew. nieliniowości są niewielkie):
 $I(x,y)=H(x,y,\alpha',\beta') G(\alpha',\beta')$
 wtedy obraz złożony (kombinacja liniowa np. dwóch obrazów punktowych) ma postać:
 $A G(\alpha',\beta') + B G(\alpha'',\beta'') \implies AH(x,y,\alpha',\beta') G(\alpha',\beta') + BH(x,y,\alpha'',\beta'') G(\alpha'',\beta'')$



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

Opis procesu powstawania obrazu

Jeśli rozkład cechy $G(\alpha, \beta)$ w obiekcie jest ciągły, powstawanie obrazu (proces liniowy) opisuje całka

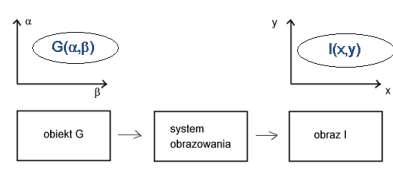
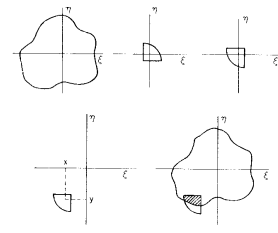
$$I(x, y) = \iint H(x, y, \alpha, \beta) G(\alpha, \beta) d\alpha d\beta$$

$H(x, y, \alpha, \beta)$ zależy od właściwości systemu obrazowania

Jeśli funkcja H nie zależy od położenia punktu w obiekcie (α, β) , a jedynie od różnic współrzędnych $(x - \alpha, y - \beta)$, system obrazowania uważany jest za niezmienny względem położenia (odpowiednik stacjonarności czasowej), a proces powstawania obrazu opisany jest całką:

$$I(x, y) = \iint H(x - \alpha, y - \beta) G(\alpha, \beta) d\alpha d\beta$$

Jest to splot dwuwymiarowy.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

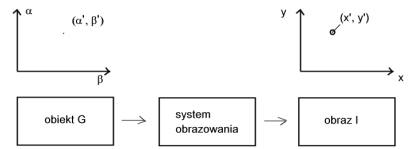
Opis procesu powstawania obrazu

System obrazowania niezmienny względem położenia

Obraz rozkładu cechy w postaci pojedynczej wartości (impulsu Diraca) nazywamy odpowiedzią impulsową źródła punkowego (**point spread function - ważne pojęcie**), odpowiedź ta charakteryzuje system obrazowania.

$$I(x, y) = \iint H(x - \alpha, y - \beta) \delta(\alpha, \beta) d\alpha d\beta = H(x, y)$$

Obraz rozkładu cechy powstaje w wyniku splotu rozkładu cechy i odpowiedzi impulsowej źródła punkowego H . Funkcja H charakteryzuje system obrazowania.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY



PROGRAM ROZWOJOWY POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Opis procesu powstawania obrazu

Kolejny krok w upraszczaniu opisu powstawania obrazu zakłada separowalność funkcji H , tj., możliwość rozłożenia jej na iloczyn 2 funkcji tylko jednej zmiennej:

$$H(x, y, \alpha, \beta) = H_1(x, \alpha) H_2(y, \beta)$$

i dalej (niezmiennność względem położenia)

$$H(x-\alpha, y-\beta) = H_1(x-\alpha) H_2(y-\beta)$$

równanie opisujące proces powstawania obrazu przyjmuje postać:

$$I(x, y) = \int H_1(x-\alpha) G(\alpha, \beta) d\alpha \int H_2(y-\beta) G(\alpha, \beta) d\beta$$

obraz jest iloczynem dwóch splotów liniowych (jednowymiarowych).

równanie to można zapisać w postaci:

$$I(x, y) = [H_2(y)^* G(\alpha, \beta)] [H_1(x)^* G(\alpha, \beta)]$$



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



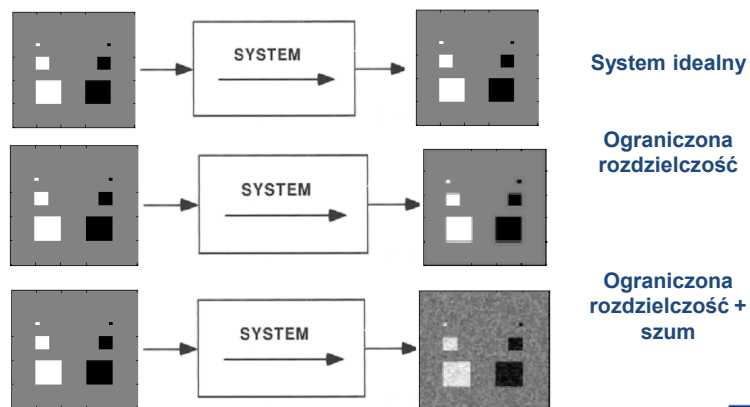
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



PROGRAM ROZWOJOWY POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Właściwości systemu przetwarzania obrazów

Idealny system obrazowania zapewnia $I=G$. Systemy spełniające ten warunek nie istnieją. Skutki niedoskonałości systemów obrazowania ilustrują poniższe przykłady. Określenie związku między G i I wymaga przeprowadzenia eksperymentu (pomiaru) – określenia H .



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Obrazy cyfrowe

Wprowadzenie

Interpolacja

Histogram

Filtracja

Przykłady w tej części wykładu dotyczą obrazowania medycznego będącego przedmiotem zainteresowania autorów.

Należy je traktować jako reprezentację dowolnych obrazów cyfrowych.

Podstawowe pojęcia

Dla potrzeb wykładu przyjmujemy następującą definicję obrazu cyfrowego:

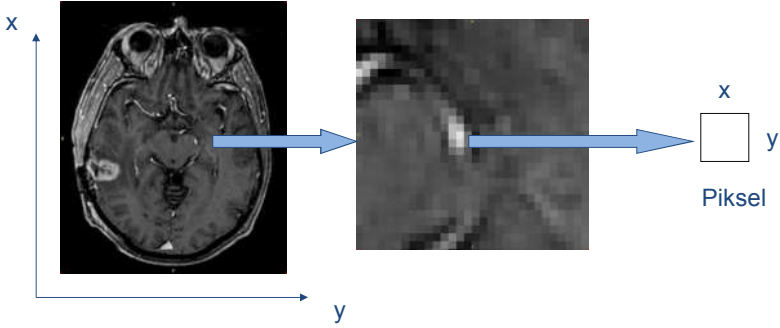
**obraz cyfrowy to zbiór
geometrycznie uporządkowanych wartości
zmiennych w czasie**
 $I = F(x, y, z, t)$

2, 3, 4 wymiarowa macierz wartości = 2, 3, 4 wymiarowy obraz cyfrowy

**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

Podstawowe pojęcia - piksel

Piksel - element macierzy obrazu 2D o stałej wartości i rozmiarze x, y określonym przez parametry próbkowania



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

Podstawowe pojęcia - przetwarzanie / analiza

$$I = F(x, y, z, t)$$

Przetwarzanie = nowy obraz $I \rightarrow I'$

- arytmetyka obrazów
- filtracja
- ...

Analiza = wyznaczony parametr $I \rightarrow P$

- wyznaczanie histogramu
- wyznaczenie wartości średniej
- ...

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

Powstawanie obrazów

Próbkowanie obrazu analogowego

Fotografia cyfrowa

CANTUS

Skanowanie
(automatyczne rozpoznawanie pisma)

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

Powstawanie obrazów

Obrazy cyfrowe

- tworzenie modeli i obrazowanie w systemach CAD
- tworzenie modeli i obrazowanie dla potrzeb filmu
- rekonstrukcja z projekcji pomiarowych (tomografia)
- obrazowanie refleksyjne (USG)

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

PR PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Palety (skale) barw

Poprawnie dobrana skala kolorów charakteryzuje się następującymi właściwościami:

- naturalna asocjacja prezentowanych danych (zwiększonej intensywności obrazowanych zjawisk odpowiada zwiększona jasność koloru),
- jest postrzegana jako skala liniowa (monotoniczna) w całym zakresie,
- posiada możliwie duże pasmo postrzeganych kolorów

Rozróżnianie kolorów i odcieni szarości

Oko ludzkie jest w stanie rozróżnić kilkadziesiąt odcieni szarości (stosowane skale mają max. 256 poziomów). Liczba rozróżnianych kolorów wynosi setki tysięcy

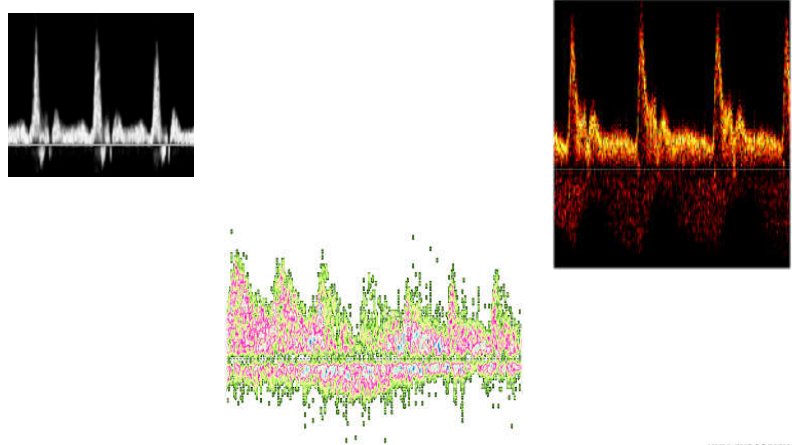


KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

PR PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Palety (skale) barw



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

Funkcja przejścia

Zakres wartości obrazu

Poziomy palety barw

Zależności

- o - okno, p - poziom
- Lt - dolny próg, Ut - górny próg
- N - liczba poziomów w skali

$$I = v * (N-1) / (max-min)$$

$$o = Ut-Lt$$

$$p = (Ut-Lt)/2$$


**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

Kontrast, jasność, intensywność

Modyfikacje funkcji przejścia

Kontrast

Jasność

Intensywność

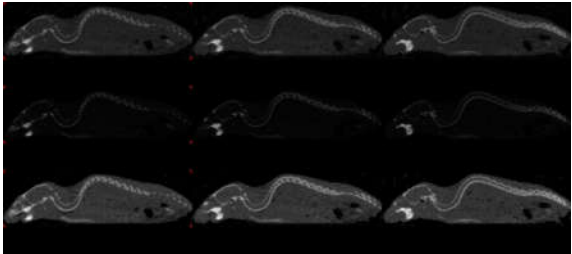
18

**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

Korekcja gamma

$$n_\gamma = (N - 1) \left[\frac{n}{N - 1} \right]^{1/\gamma}$$

n - indeks w palecie barw przed korekcją,
n_γ - po korekcji
N - liczba poziomów skali



γ < 1

γ > 1

Modyfikacja funkcji przejścia

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

Interpolacja

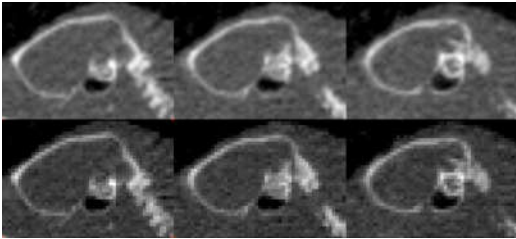
Znajdowanie wartości obrazu na podstawie wartości pierwotnych

Metody:

- najbliższego sąsiada
- dwuliniowa, dwukubiczna
- sinc

Obraz zinterpolowany

Obraz pierwotny

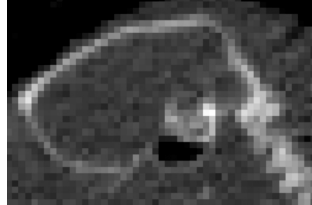


UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Metoda najbliższego sąsiada

Metoda ta polega na powieleniu pikseli obrazu pierwotnego w obrazie wynikowym

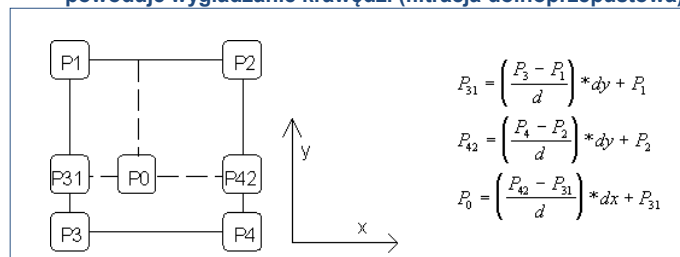


W rezultacie uzyskujemy zmianę rozdzielczości, jednak w obrazie wynikowym powtarzają się piksele o tych samych wartościach („pikseloza“).

Metoda dwu / trzy - liniowa

Najczęściej stosowana metoda interpolacji ze względu na szybkość obliczania wyniku.

powoduje wygładzanie krawędzi (filtracja dolnoprzepustowa)

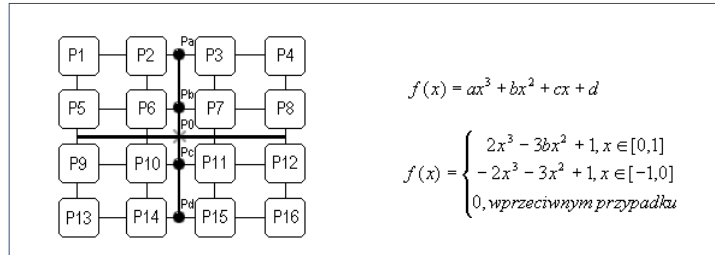


dx - odległość w kierunku X pomiędzy pikselem P0 a pikselami P1,P3,
 dy - odległość w kierunku Y pomiędzy pikselem P0 a pikselami P1,P2,
 P_k - wartości najbliższych pikseli względem poszukiwanego

d - odległość pomiędzy pikselami siatki pierwotnej

Metoda dwu / trzy - kubiczna

Często stosowana ze względu na „gładki“ obraz wyników przy stosunkowo niskim koszcie obliczeniowym w porównaniu np. do interpolacji funkcją sinc $[\sin(x) / x]$



$P0 = \text{SUMA}(Pk * F(d))$, parametr Pk oznacza wartość kolejnego piksela, $F(d)$ jest funkcją odległości pomiędzy pikselem poszukiwanym a pikselami Pk .

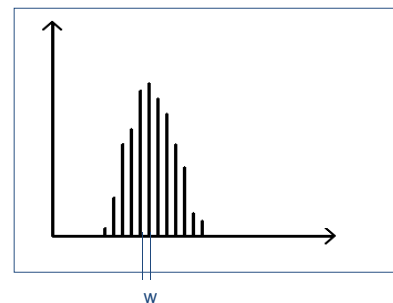
$Pa = (P4 - P3 + P2 - P1) * (dx)^3 + (P3 - P4 - 2 * P2 + 2 * P1) * (dx)^2 + (P3 - P1) * dx + P2$
 $P0 = (Pd - Pc + Pb - Pa) * (dy)^3 + (Pc - Pd - 2 * Pb + 2 * Pa) * (dy)^2 + (Pc - Pa) * dy + Pb$
 dx - odległość pomiędzy $P2$ i Pa
 dy - odległość pomiędzy Pb i $P0$

Histogram

Wykres częstości występowania wartości pikseli obrazu

Definicja:

suma przynależności intensywności obrazu do zdefiniowanych przedziałów intensywności.



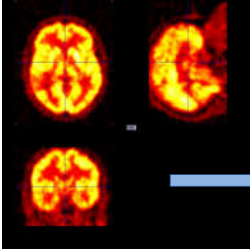
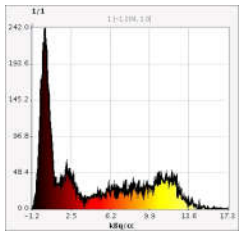
Histogram charakteryzuje liczbą przedziałów (N) i szerokość przedziału (w).

**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

Histogram


Przykłady analizy histogramu

- Znajdowanie punktów przegięcia, minimów i maksimów obwiedni
- Dopasowywanie krzywej Gaussa do poszczególnych fragmentów (modów) histogramu i wyznaczanie ich punktów przecięcia



→


liczba wystąpień

Wartości w macierzy obrazu



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

**PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

Wyrównywanie histogramu

Cel: Równomierne wykorzystanie wszystkich barw palety obrazu

Wyrównywanie histogramu jest **przekształceniem intensywności** pikseli obrazu zmierzającym do uzyskania możliwie zbliżonej liczby pikseli zakwalifikowanych do każdego przedziału histogramu.

W przypadku obrazów monochromatycznych można to przekształcenie interpretować jako zmianę (dopasowanie) szerokości przedziałów histogramu połączone z odpowiednią zmianą szerokości przedziałów palety barw.

Obraz pierwotny



Obraz po operacji wyrównania histogramu



Zwiększenie różnicy jasności pomiędzy punktami obrazu często występującymi w pierwotnym histogramie.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY