

# Laboratorium Przetwarzania Sygnałów

## Ćwiczenie 5

### *„Przekształcenia geometryczne i arytmetyka obrazów”*

Opracowali:

- dr inż. Krzysztof Mikołajczyk
- dr inż. Beata Leśniak-Plewińska

Zakład Inżynierii Biomedycznej  
Instytut Metrologii i Inżynierii Biomedycznej  
Wydział Mechatroniki Politechniki Warszawskiej

Warszawa, 2017



## 1. Cel ćwiczenia.

W ramach ćwiczenia studenci zapoznają się z podstawowymi przekształceniami geometrycznymi obrazów (translacją, obrotem i skalowaniem) oraz podstawowymi operacjami arytmetycznymi na obrazach (sumą, różnicą, różnica bezwzględna, iloczynem i ilorazem).

## 2. Wymagane wiadomości.

Teoria operacji geometrycznych, arytmetycznych i algebraicznych na obrazach cyfrowych w zakresie wykładu do przedmiotu.

## 3. Literatura

- W. Malina i M. Siemiatacz „Cyfrowe przetwarzanie obrazów”, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, 2008
- R. Tadeusiewicz i P. Korohoda „Komputerowa analiza i przetwarzanie obrazów”, Wydawnictwo Fundacji Postępu Telekomunikacji, Kraków, 1997 ([http://winntbg.bg.agh.edu.pl/skrypty2/0098/komputerowa\\_analiza.pdf](http://winntbg.bg.agh.edu.pl/skrypty2/0098/komputerowa_analiza.pdf))
- R.C. Gonzalez i R.E. Woods “Digital Image Processing Using MATLAB”, Prentice Hall, 2004

## 4. Spis funkcji i instrukcji przydatnych podczas realizacji ćwiczenia.

Opisane w tym punkcie funkcje nie są standardowymi wbudowanymi funkcjami MATLAB’a i zostały stworzone na potrzeby Laboratorium PTS.

O ile w trakcie realizacji ćwiczenia zajdzie potrzeba skorzystania ze standardowej funkcji (polecenia) lub instrukcji MATLAB’a, należy się z nią zapoznać wykorzystując pomoc MATLAB’a za pomocą polecenia `help` lub `doc`, np. `help sin` lub `doc sin`.



```
h = pokaz_obraz (X, 'NazwaParametru', WartoscParametru)
```

Funkcja służy do tworzenia ilustracji danych 2D.

Parametrami wyjściowymi funkcji są:

1. **h** – uchwyt do obiektu graficznego,

Parametrami wejściowymi funkcji są:

1. **X** – dane obrazowe (macierz lub skalar):
2. '**NazwaParametru**', **WartoscParametru** - nazwa i wartość parametru określającego wybrane właściwości obiektu graficznego. Parametry opisano w poniższej tabeli.

<i>Nazwa parametru</i>	<i>Opis i wartości parametru</i>
'mapa'	Macierz liczbowa określająca paletę barw.  Standardowe palety barw dostępne w Matlab'ie: <b>hsv, jet, hot, gray, cool, bone, cooper, pink, prism, flag</b> .  Wartość domyślna: <b>gray</b> .
'typ'	Łańcuch znakowy określający rodzaj skalowania wartości elementów obrazu;  'skalowany' - tworzy ilustrację, w której wartości elementów macierzy (pikseli) są przeskalowane tak, aby wykorzystać pełen zakres aktualnej palety barw;  'nieskalowany' - brak skalowania.  Wartość domyślna: ' <b>skalowany</b> '

Przykłady:

```
h = pokaz_obraz(lena, 'mapa', gray, 'typ', 'nieskalowany');
```

Powyższa komenda utworzy ilustrację 2D danych zawartych w zmiennej **lena**. Paletą barw będą odcienie szarości. Dane nie będą skalowane i zwrócony zostanie uchwyt do utworzonego obiektu graficznego (ilustracji) i przypisze go zmiennej **h**.

```
pokaz_obraz(lena);
```

Powyższa komenda utworzy ilustrację 2D danych zawartych w zmiennej **lena**. Paleta barw i rodzaj skalowania będą miały wartości domyślne.

$Z = \text{arytmetyka\_obrazow}(X, Y, \text{'NazwaParametru'}, \text{WartoscParametru})$

Funkcja służy do wykonywania wybranych operacji arytmetycznych.

Parametrami wyjściowymi funkcji są:

1. **Z** – macierz lub skalar będący wynikiem operacji arytmetycznej,

Parametrami wejściowymi funkcji są:

1. **X, Y** – dane wejściowe (macierz lub skalar) dla których wykonywana jest operacja arytmetyczna
2. **'NazwaParametru', WartoscParametru** - nazwa i wartość parametru określającego wybrane właściwości obiektu graficznego. Parametry opisano w poniższej tabeli.

<i>Nazwa parametru</i>	<i>Opis i wartości parametru</i>
<b>'operator'</b>	<p>Łańcuch znakowy określający operator arytmetyczny.</p> <p>Zaimplementowane operatory:</p> <p>'+' - operator dodawania</p> <p>'-' - operator odejmowania</p> <p>.*' - operator mnożenia tablicowego</p> <p>./' - operator dzielenia tablicowego</p> <p>' -' - operator wartości bezwzględnej różnicy (odejmowania) (np.:  X-Y )</p>
<b>'przepelnienie'</b>	<p>Parametr określający sposób postępowania w przypadku gdy wartość wyniku operacji arytmetycznej przekracza zakres wartości dla danej klasy danych (w ćwiczeniu zastosowane dane klasy uint8, dla którego wartość minimalna wynosi 0 a maksymalna <math>2^8-1</math>):</p> <p><b>'saturacja'</b> – elementy o wartościach wyższych od wartości maksymalnej dla danej klasy przyjmują wartość maksymalną (dla danej klasy danych), a o wartościach niższych od wartości minimalnej dla danej klasy – wartość minimalną (dla danej klasy danych);</p> <p><b>'przewiniecie'</b> – elementy o wartości wyższej/niższej od maksymalnej/minimalnej dla danej klasy danych przyjmują wartość będącą wynikiem działania: wartość modulo p lub <math>\max(-\text{wartość modulo } p, \text{wartość modulo } p)</math> (p - liczba wartości jakie może przyjmować zmienna dla danej klasy danych) (w ćwiczeniu <math>p=2^8</math>, dane są typu <b>uint8</b>).</p> <p>Wartość domyślna: <b>'saturacja'</b></p>
<b>'klasa'</b>	<p>Parametr określa typ danych wynikowych. Standardowe typy danych Matlab'a: <b>'uint8', 'uint16', 'uint32', 'uint64', 'int8', 'int16', 'int32', 'int64', 'single', 'double'</b>. Obrazy wykorzystywane w trakcie ćwiczeń będą obrazami 8-bitowymi ('uint8') o wartościach <math>0 \div 255</math></p>

Przykłady:

```
Z=arytmetyka_obrazow(X,100,'operator','+', 'przepelnienie', 'przewinięcie');
```

Powyższa komenda wykona operację dodania do danych wejściowych **X** (typu **uint8**) wartość skalarną równą 100. Wartości przekraczające 255 zostaną „przewinięte”, tzn. potraktowane jako wynik działania:  $x \bmod 256$ ,  $x$  – wartość elementu obrazu **X**.

$Z = \text{przekształc\_obraz}(X, \text{'NazwaParametru'}, \text{WartoscParametru})$

Funkcja służy do wykonywania wybranych przekształceń geometrycznych obrazu na płaszczyźnie (2D).

Parametrami wyjściowymi funkcji są:

1. **Z** – dane 2D (macierz) będące wynikiem transformacji geometrycznej,

Parametrami wejściowymi funkcji są:

1. **X** – dane wejściowe 2D (macierz), dla których wykonywana jest transformacja geometryczna
2. **'NazwaParametru', WartoscParametru** - nazwa i wartość parametru określającego wybrane właściwości obiektu graficznego. Parametry opisano w poniższej tabeli.

<i>Nazwa parametru</i>	<i>Opis i wartości parametru</i>
<b>'typ'</b>	<p>Łańcuch znakowy określający rodzaj transformacji:</p> <p><b>'translacja'</b> - translacja  <b>'obrot'</b> - obrót  <b>'skalowanie'</b> - skalowanie</p> <p>Powyższe transformacje wykonywane są z wykorzystaniem operacji opisanych układami równań dla współrzędnych punktów obrazu (Tabela 1)</p> <p><b>'Tform'</b> - transformacja zależy od macierzy określającej wymiary transformacji.</p> <p>Transformacja wykonywana jest z wykorzystaniem rachunku macierzowego a przekształcenie określone jest za pomocą macierzy T (Tabela 1)(wykorzystanie standardowej funkcji MATLAB'a <code>imtransform</code>)</p>
<b>'wymiar'</b>	<p>Macierz określająca wymiary transformacji.</p> <p>W przypadku transformacji opisanych równaniami (<b>'typ'</b> = <b>'translacja'</b> lub <b>'obrot'</b> lub <b>'skalowanie'</b>) wartość parametru <b>'wymiar'</b> jest wektorem trójelementowym o postaci:</p> <p><math>T = [t_x \ t_y \ 0]</math> - translacja o wektor o składowych <math>t_x</math> (oś x) i <math>t_y</math> (oś y)  <math>T = [0 \ 0 \ \alpha]</math> - obrót o kąt <math>\alpha</math> (<math>\alpha</math> w radianach)  <math>T = [s_x \ s_y \ 0]</math> - skalowanie o czynnik <math>s_x</math> dla osi x i <math>s_y</math> dla osi y</p> <p>W przypadku transformacji wykorzystujących rachunek macierzowy (<b>'typ'</b> = <b>'Tform'</b>) wartość parametru <b>'wymiar'</b> jest macierzą T w odpowiedniej postaci (Tabela 1)</p>
<b>'kierunek'</b>	<p>Łańcuch znakowy określający kierunek transformacji.</p> <p>W przypadku transformacji wykorzystujących układy równań dla współrzędnych (<b>'typ'</b> = <b>'translacja'</b>, <b>'obrot'</b> lub <b>'skalowanie'</b>):</p> <p><b>'wprost'</b> - element o współrzędnych (v,w) w obrazie pierwotnym jest kopiowany do elementu o współrzędnych (x,y) w obrazie wynikowym; wartości współrzędnych (x,y) wynikają z układu równań opisujących zastosowane przekształcenie;</p> <p><b>'odwrotny'</b> - do piksela o współrzędnych (x,y) w obrazie wynikowym kopiowany jest</p>

	piksel o współrzędnych (v,w) z obrazu pierwotnego; wartości współrzędnych (v,w) wynikają z układu równań opisujących zastosowane przekształcenie odwrotne.  W przypadku gdy typ transformacji określony jest jako ' <b>Tform</b> ', kierunek transformacji jest zawsze odwrotny, niezależnie od podanej wartości parametru ' <b>kierunek</b> '.
--	---

Tabela 1. Wybrane elementarne (proste) przekształcenia geometryczne obrazu na płaszczyźnie (2D)

Przekształcenie	Macierz T	Układ równań dla współrzędnych punktów
translacja (wartości składowych wektora $t_x$ i $t_y$ w punktach)	$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} x &= v + t_x \\ y &= w + t_y \end{aligned}$
obrót o kąt $\alpha$ (wartość kąta w radianach)	$T = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} x &= v \cdot \cos(\alpha) - w \cdot \sin(\alpha) \\ y &= v \cdot \sin(\alpha) + w \cdot \cos(\alpha) \end{aligned}$
Skalowanie (wartości skal dla osi x i y: $s_x, s_y$ )	$T = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} x &= v \cdot s_x \\ y &= w \cdot s_y \end{aligned}$

### Przykłady:

```
Z = przekształc_obraz(X, 'typ', 'translacja', 'wymiar', [5.5 11 0], ...
    'kierunek', 'wprost');
```

Powyższa komenda wykona operację translacji obrazu **X** o wektor o składowych  $t_x=5.5$ ,  $t_y=11$  ( $T = [5.5 \ 11]$ ), współrzędne obrazu wejściowego zostaną wprost przekształcone na współrzędne obrazu wynikowego z wykorzystaniem równań opisujących przekształcenie (translację).

```
tform = [1 0 0; 0 1 0; 5.5 11 1];
```

```
Z = przekształc_obraz(X, 'typ', 'Tform', 'wymiar', tform);
```

Powyższa komenda wykona operację translacji obrazu **X** o wektor o składowych  $t_x=5.5$ ,  $t_y=11$

z wykorzystaniem rachunku macierzowego ( $T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5.5 & 11 & 0 \end{bmatrix}$ ).

## 5. Przebieg ćwiczenia

Przed przystąpieniem do realizacji ćwiczenia należy poprosić prowadzącego o wskazanie folderu zawierającego dane niezbędne do realizacji ćwiczenia.

Oznaczenia użyte w tekście:

**(sygnał)** – nazwa funkcji, która powinna zostać użyta w celu rozwiązania danego problemu,

**s1** – nazwa zmiennej.

`s1a=s1(1:end/4)` – polecenie MATLAB'a, które należy wpisać w *Okno Poleceń* (ang.: *Command Window*).

$s(t) = A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$  - opis w notacji matematycznej.

### 1. Przekształcenia geometryczne.

- Z pliku 'lena.mat' załadować do przestrzeni roboczej obraz **lena**.
- Wyświetl obraz **lena** (*pokaz\_obraz*, domyślne wartości parametrów: 'typ' i 'mapa').
- Wykonaj trzy przekształcenia geometryczne obrazu **lena** dla parametru 'kierunek' o wartości 'wprost' (parametry: 'typ' i 'wymiar'):
  - translację o wektor  $t_x=55.5$  i  $t_y=111$  ('typ' = 'translacja'),
  - obrót o kąt  $\alpha=30^\circ$  ('typ' = 'obrot'),
  - skalowanie ze skalą o składowych  $s_x=2$ ,  $s_y=1.5$  ('typ' = 'skalowanie').
- Zilustruj wyniki trzech przekształceń z p. 1.c) (*pokaz\_obraz*, domyślne wartości parametrów: 'typ' i 'mapa').
- Powtórz wszystkie trzy przekształcenia geometryczne obrazu **lena** z p. 1.c) dla parametru 'kierunek' o wartości 'odwrotne' (pozostałe parametry bez zmian).
- Zilustruj wyniki trzech przekształceń z p. 1.e) (*pokaz\_obraz*, domyślne wartości parametrów: 'typ' i 'mapa').

Dla jakiej wartości parametru 'kierunek' po przekształceniu geometrycznym uzyskujemy jakościowo lepsze obrazy i dlaczego (p. 1.c) i 1.e) )?

- Powtórz wszystkie trzy przekształcenia geometryczne obrazu **lena** z p. 1.c) dla parametru 'typ' o wartości 'Tform' (domyślna wartość parametru 'kierunek').
- Zilustruj wyniki trzech przekształceń z p. 1.g) (*pokaz\_obraz*, domyślne wartości parametrów: 'typ' i 'mapa').



## 2. Zadanie

Przekształcenia geometryczne obrazów można składać. To znaczy najpierw obraz I można poddać pewnemu przekształceniu P1, otrzymując obraz I' potem obraz ten można poddać kolejnemu przekształceniu P2, otrzymując kolejny obraz I'' itd. . Przekształcenie, które bezpośrednio prowadzi od obrazu I do I'' nazywamy przekształceniem złożonym gdyż jest to złożenie (iloczyn) przekształceń P1 i P2. Macierzowy opis przekształceń geometrycznych znacznie ułatwia składanie kilku przekształceń elementarnych. Złożenie przekształcenia polega na utworzeniu odpowiedniej dla niego macierzy poprzez wymnożenie macierzy przekształceń elementarnych.

- a) Porównaj czas realizacji przekształceń geometrycznych stosujących: wielokrotne wykonanie macierzowych przekształceń elementarnych ('**typ**' = '**Tform**') oraz przekształcenie złożone ('**typ**' = '**Tform**'). Test przeprowadź dla 100-krotnej translacji obrazu **lena** o wektor  $t_x=1$ . W obu przypadkach zastosuj pętlę **for** (wykonanie przekształceń prostych; wyznaczenie macierzy przekształcenia złożonego) oraz instrukcje **tic toc**. (w celu realizacji zadania zapoznaj się ze składnią instrukcji sterującej **for** oraz ze sposobem wykorzystania instrukcji **tic toc** do pomiaru czasu realizacji poleceń). Wyniki zapisz w odpowiednich rubrykach *Sprawozdania*.
- b) Zilustruj wyniki p. 2.a (**pokaz\_obraz**, domyślne wartości parametrów: '**typ**' i '**mapa**').

Wyjaśnij dlaczego uzyskane czasy realizacji przekształcenia są różne? Czy składanie przekształceń jest działaniem przemienne?

## 3. Arytmetyka obrazów

- a) Wykonaj następujące operacje arytmetyczne dla obrazu **lena** (**arytmetyka\_obrazow**) dla obydwu wartości parametru '**przepelnienie**': '**saturacja**' oraz '**przewiniecie**':
  - **lena** + 100,
  - **lena** - 100,
  - **lena** .\* 2,
  - **lena** ./ 5.
- b) Zilustruj wyniki operacji arytmetycznych (**pokaz\_obraz**, domyślna wartość parametrów '**mapa**', samodzielnie dobierz wartość parametru '**typ**').

Dla każdej operacji arytmetycznej wyjaśnij czym spowodowane są ewentualne różnice pomiędzy wynikami operacji dla każdej wartości parametru '**przepelnienie**'. Pomocne może być porównanie maksymalnej i minimalnej wartości występujących w obrazie **lena** i w obrazach wynikowych.

Co będzie obrazem wynikowym dla operacji: **lena** - **max(lena(:))**, dla każdej wartości parametru '**przepelnienie**' ('**saturacja**' i '**przewiniecie**')?

**Zadanie**

- a) Z plików 'x1.mat' i 'x2.mat' załaduj do przestrzeni roboczej obrazy **x1** i **x2** i zilustruj je (*pokaz\_obraz*, samodzielnie dobierz wartość parametru '**typ**').
- b) Dla obrazów **x1** i **x2** utwórz obraz ilustrujący wszystkie różniące je szczegóły (*arytmetyka\_obrazow*, samodzielnie dobierz operator i wartość parametru '**przepelnienie**').
- c) W odpowiedniej rubryce *Sprawozdania* wpisz liczbę znalezionych szczegółów różniących oba obrazy.
- d) Zilustruj wyniki (*pokaz\_obraz*, samodzielnie dobierz wartość parametru '**typ**').

Wyjaśnij i uzasadnij dobór operacji i parametrów.

## Sprawozdanie

### Ćwiczenie nr 5 „Przekształcenia geometryczne i arytmetyka obrazów”

L.p.	Imię i nazwisko		Grupa	Data	
1					
2					
3					
Punkt ćwiczenia	Wyniki		Liczba punktów	Uzyskana liczba punktów	Uwagi prowadzącego
1	X		2		
2	a)	Wielokrotne przekształcenia proste	3		
		Przekształcenie złożone			
	b)	X			
3	X		2		
4			3		